§4 二,三の簡単な計算例

matrix A を知る事に由て種々複雑な管口條件を与へられた時の解が方程式(1.1)に溯る事なく代数的に求められる事を上に述べたが其の一例として次の問題を考へて見る.最も簡単な場合として開口が二つだけある回路を考へる.其の開口を1.2と名付けて置く

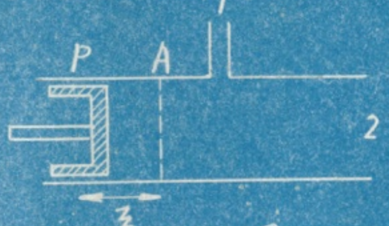
其處で例へば『1の口から色々な姿態の波($l=0.1.2, \cdots\cdots$)が夫々p_lなる振幅(振幅とは位相も含めて一般に複素数)で入射し.q_lの振幅で出て行くとする.其の時2の口では如何なる波の出入があるか』と云ふ問題を考へて見る.其處で2の口に入射すべき波の振幅をx_l出るべき波の振幅をy_lとすれば,我々の方程式(1.2)が線形であり又境界條件も凡て線形である事から重疊原理の成立する事に注意して次の方程式が成立する事がわかる

$$q_l=\sum_{l'} a^{11}_{ll'} p_{l'}+\sum_{l'} a^{12}_{ll'} x_{l'} \qquad (4.1)$$

$$y_l=\sum_{l'} a^{21}_{ll'} p_{l'}+\sum_{l'} a^{22}_{ll'} x_{l'}$$

$$(l=0.1.2, \cdots\cdots)$$

其故A-matrixが知れてゐるならこれを代数的に解いてx_l,y_l ($l=0.1.2, \cdots\cdots$)が求められる事になる.或は又別の例として第二図の如き0,1.2の三つの開口の内0の口に「ピストン」Pを入れ何處か基準の所Aから「ピストン」迄の距離ξが可変であるとした時1の口から単位振幅のl波が入射した時1の口に反射する波及び2の口に傳達される波の振幅如何と云ふ問題を考へる.この時「ピストン」を取去った時の三開口回路に付ての A-matrix が判ってゐれば問題は代数的に解ける.それには次の様に考へればよい.先づ1の口



第二図

からl波が入射した時0の口に入らずして直接1の口に戻って来るl'波の振幅は$a^{1\ 1}_{l'\ l}$である而して此の時入射波の一部$a^{0\ 1}_{l''\ l}$は0の口に入り「ピストン」に達し(「ピストン」に達した時の位相は$e^{ik^0_{l''}\zeta}$になっておる)其処で反射する其の反射係数を$R_{l''}$とする(但し此処で反射に依り波の姿は変化しないとする)0の口には$a^{0\ 1}_{l''\ l}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}$なる波が戻って来る事になる.所で此の波の振幅の$a^{1\ 0}_{l'\ l''}$倍の部分は1の口に$l'$波として傳達されるのであるから「ピストン」に由て一度反射されて1の口に戻る波の振幅は

$$\sum_{l''}a^{1\ 0}_{l'\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}$$

である.更に此の時0口に入る波の振幅の$a^{0\ 0}_{l'''\ l''}$倍の部分は再び0口にl'''波として反射される訳であり,それが「ピストン」に達して再び戻って来るから二度「ピストン」で反射された波として

$$\sum_{l'''}\sum_{l''}a^{1\ 0}_{l'\ l'''}e^{2ik^0_{l'''}\zeta}R_{l'''}a^{0\ 0}_{l'''\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}$$

が1の口に出てくる.斯くして更に高次の項を凡て考へると1の口にl'波として出て来る波の振幅は此れを$x^1_{l'}$と書くと

$$x^1_{l'}=a^{1\ 1}_{l'\ l}+\sum_{l''}a^{1\ 0}_{l'\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}$$
$$+\sum_{l'''}\sum_{l''}a^{1\ 0}_{l'\ l'''}e^{2ik^0_{l'''}\zeta}R_{l'''}a^{0\ 0}_{l'''\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}+\cdots \qquad (4.2_1)$$

なる無限級数で与へられる.同様な考察によって2の口にl'波として傳達される波の振幅は

$$x^2_{l'}=a^{2\ 1}_{l'\ l}+\sum_{l''}a^{2\ 0}_{l'\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}$$
$$+\sum_{l'''}\sum_{l''}a^{2\ 0}_{l'\ l'''}e^{2ik^0_{l'''}\zeta}R_{l'''}a^{0\ 0}_{l'''\ l''}e^{2ik^0_{l''}\zeta}R_{l''}a^{0\ 1}_{l''\ l}+\cdots \qquad (4.2_2)$$

となる.

(4.1)や(4.2)の式はmatrix運算の記法を用ひて次の様に書いてもよいであらう.即ちA-matrixのmatrix要素のうち管口の番号を示す添字がNN'であるものだけを取って作った部分matrixを$A^{NN'}$

と書く事にし

$x_l^N \quad (l=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots)$

の集りを一列 matrix (或は「ベクトル」と言ってもよい) x^N と考へ

同様に p_l^N とか q_l^N とかに對しても夫々一列 matrix P^N, Q^N, Y^N

等を考へると (4.1) は

$$Q = A^{11}P + A^{12}X$$

$$Y = A^{21}P + A^{22}X \tag{4.3}$$

となり (4.2) は

$$X^1 = \{A^{11} + A^{10}D(\xi)A^{01} + A^{10}D(\xi)A^{00}D(\xi)A^{01} + \cdots\cdots\}I_l$$

$$X^2 = \{A^{21} + A^{20}D(\xi)A^{01} + A^{20}D(\xi)A^{00}D(\xi)A^{01} + \cdots\cdots\}I_l \tag{4.4}$$

と書ける但し I_l とは

$$I_l = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \leftarrow l\text{番目} \\ \\ \end{matrix} \tag{4.5}$$

なる一列 matrix を意味し $D(\xi)$ とは

$$D(\xi) = \begin{pmatrix} e^{2ik_0^0\xi}R_0 & 0 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & e^{2ik_1^0\xi}R_1 & 0 & \cdots\cdots \\ 0 & 0 & e^{2ik_2^0\xi}R_2 & \cdots\cdots \\ & & & \ddots \\ & & & & e^{2ik_l^0\xi}R_l \\ & & & & & \ddots \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

なる對角線 matrix を意味する

處で上の無限級数で表はされたX^1やX^2は之を閉ぢた形にする事が可能である.即ち(44)の無限級数はmatrixの等比級数になつてゐる結果それを

$$\begin{cases} X^1 = A^{11} + A^{10} D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{01}\ Il \\ X^2 = A^{21} + A^{20} D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{01}\ Il \end{cases} \tag{4.7}$$

と書く事が出来るのである.

斯くして「ピストン」を抜いた時の三開口回路に就いての特性matrixが判つてゐる時はその處に「ピストン」を入れた二開口回路の特性matrixが算出される事になる.即ち次の式で与へられるmatrix Bがそれである.

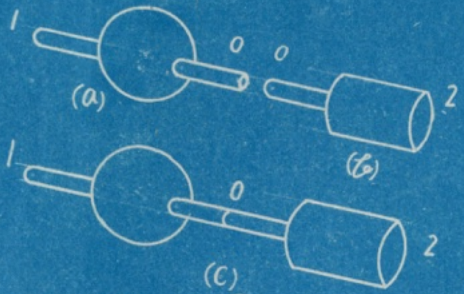
$$\begin{cases} B^{11}(\xi) = A^{11} + A^{10}\ D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{01} \\ B^{21}(\xi) = A^{21} + A^{20}\ D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{01} \end{cases} \tag{4.8$_1$}$$

及上と同様の考察で得られる式

$$\begin{cases} B^{22}(\xi) = A^{22} + A^{20}\ D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{02} \\ B^{12}(\xi) = A^{12} + A^{10}\ D(\xi)\{1 - A^{00} D(\xi)\}^{-1} A^{02} \end{cases} \tag{4.8$_2$}$$

§5 二つの回路の結合

一般化する事は容易であるから最も簡單な場合として第三図の様に二つの二開口回路(a)と(b)とを結合して一つの二開口回路(c)を作ったとする。その時(a),(b)の特性-matrix A.B を与へて(c)の特性-matrix C を求むと云ふ問題を考へる 但し互に繋る開口は合同の截口をもつとして置く。(a)の開口を1,0、(b)の開口を0,2と番号を符け互の0の口を繋ぐものとするmatrix Cを求めるには(c)の回路に於て1の口からl波を入れた時1の口及び2の口から如何なる波が出るかといふ事と2の口からl波を入れた時2の口及1の口から如何なる波が出るかと云ふ事を凡てのlについて求められゝばよい。



第三図

先づ1の口からl波が入射した時(b)を経ずに1の口に直接もどって出て来るl'の振幅は

$$a^{1\ 1}_{l'\ l}$$

で与へられる。而して此の時入射波の一部 $a^{0\ 1}_{l''\ l}$ は0の口を通じて(b)に入る訳であるが、其の波のうち再び(a)にl''波としてもどって来るのは $a\,b^{0\ 0}_{l'''\ l''}\,a^{0\ 1}_{l''\ l}$ である。此の波が0の口から(a)に戻って来るとその波の中から

$$a^{1\ 0}_{l'\ l'''}\,b^{0\ 0}_{l'''\ l''}\,a^{0\ 1}_{l''\ l}$$

が1の口から外へ出る。斯くの如き事柄を繰返し考へると結合回路(C)に於て1の口からl波が入射した時1の口から出て来るl'波の振幅即ち

$C^{1\ 1}_{l'\ l}$ は

$$c^{1\;1}_{l'\,l}=a^{1\;1}_{l'\,l}+\sum_{l'''}\sum_{l''}a^{1\;0}_{l'\,l'''}b^{0\;0}_{l'''\,l''}a^{0\;1}_{l''\,l}$$
$$+\sum_{l''}\sum_{l'''}\sum_{l^{iv}}\sum_{l^{v}}a^{1\;0}_{l'\,l^{v}}b^{0\;0}_{l^{v}\,l^{iv}}a^{0\;0}_{l^{iv}\,l'''}b^{0\;0}_{l'''\,l''}a^{0\;1}_{l''\,l}+\cdots \tag{5.1}$$

で与へられる事がわかる同様な考察に由て此の時2の口から出るl'波の振幅を与へるもの$c^{2\;1}_{l'\,l}$は

$$c^{2\;1}_{l'\,l}=\sum_{l''}b^{2\;0}_{l'\,l''}a^{0\;1}_{l''\,l}+\sum_{l^{iv}}\sum_{l'''}\sum_{l''}b^{2\;0}_{l'\,l^{iv}}a^{0\;0}_{l^{iv}\,l'''}b^{0\;0}_{l'''\,l''}a^{0\;1}_{l''\,l}+\cdots \tag{5.2}$$

である事がわかる matrix 運算の書方とすると(5.1)(5.2)は次の様に書く事が出来る

$$\begin{cases} C^{11}=A^{11}+A^{10}B^{00}A^{01}+A^{10}B^{00}A^{00}B^{00}A^{01}+\cdots\cdots \\ C^{21}=B^{20}A^{01}+B^{20}A^{00}B^{00}A^{01}+\cdots\cdots \end{cases} \tag{5.3}$$

所で此の無限級数は閉ぢた形に書く事が出来て

$$\begin{cases} C^{11}=A^{11}+A^{10}B^{00}(1-A^{00}B^{00})^{-1}A^{01} \\ C^{21}=B^{20}(1-A^{00}B^{00})^{-1}A^{01} \end{cases} \tag{5.4}$$

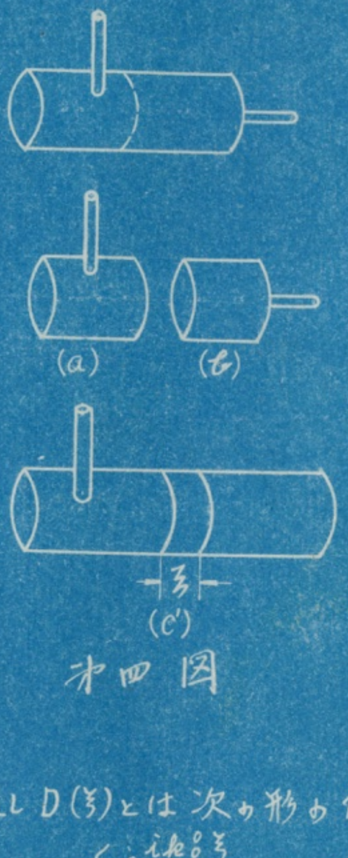
此の(5.4)と其れと同様にして得られる関係

$$\begin{cases} C^{22}=B^{22}+B^{20}A^{00}(1-B^{00}A^{00})^{-1}B^{02} \\ C^{12}=A^{10}(1-B^{00}A^{00})^{-1}B^{02} \end{cases} \tag{5.5}$$

とを合せて結合回路(C)の特性matrixが部分回路(a)と(b)の特性-matrixから計算されるのである.

§6 筒形共振器に對する應用，共振現象

前節の結合理論を用ひて例へば第四図(c)の様な二つの開口を有する筒形の共振器を取扱ふ事も出来る即ち第四図(c)で与へられる様な形の共振器は図の点線の處で繋いだ二つの回路(a)(b)と考へればよいからである、そう考へれば問題の共振器の特性matrix C はより簡單な回路の特性matrix AとBとを求めて置けばそれから公式(5.4)と(5.5)とを用ひて計算する事が出来る



第四図

或は又(c)の様に筒の長さξが可変の時その特性C(ξ)をξの函数として求める事も可能である、その時には次の公式を用ひればよろしい。

$$C^{11}(\xi)=A^{11}+A^{10}D(\xi)B^{00}D(\xi)\{1-A^{00}D(\xi)B^{00}D(\xi)\}^{-1}A^{01}$$

$$C^{21}(\xi)=B^{20}D(\xi)\{1-A^{00}D(\xi)B^{00}D(\xi)\}^{-1}A^{01}$$

$$C^{22}(\xi)=B^{22}+B^{00}D(\xi)A^{00}D(\xi)\{1-B^{00}D(\xi)A^{00}D(\xi)\}^{-1}B^{02}$$

$$C^{12}(\xi)=A^{10}D(\xi)\{1-B^{00}D(\xi)A^{00}D(\xi)\}^{-1}B^{02} \qquad (6.1)$$

但しD(ξ)とは次の形のmatrixである

$$D(\xi)=\begin{pmatrix} e^{ik_0\xi} & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & e^{ik_1\xi} & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & e^{ik_2\xi} & 0 & \cdots \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & e^{ik_l\xi} & \cdots \end{pmatrix} \qquad (6.2)$$

(6.1)に於て

$$R=\{1-A^{00}D\ B^{00}D\}^{-1} \tag{6.3}$$

或は

$$R'=\{1-B^{00}D\,A^{00}D\}^{-1}=1+B^{00}D\,R\,A^{00}D \tag{6.4}$$

の形のmatrixが重要な役目をする。一般にmatrix

$$M=\|m_{\mu\nu}\|$$

があつた時に

$$R=(1-M)^{-1} \tag{6.5}$$

を計算する事は

$$R=1+M+M^2+\cdots\cdots \tag{6.6}$$

なる級数を用ひて原理的には可能であり又実際之がよく收斂して実用になる事がある。而し空洞の問題でもつと本質的な共振の起る様な場合には、此の級数の收斂は極めて悪い。それに對しては次の公式を用ひる

$$\|r_{\mu\nu}\|=\left\|\frac{(-1)^{\mu+\nu}}{\mathrm{Det}(1-M)}\frac{\partial\,\mathrm{Det}(1-M)}{\partial m_{\mu\nu}}\right\| \tag{6.7}$$

但し Det(1−M)とは次の行列式のことである。

$$\mathrm{Det}(1-M)=\begin{vmatrix} 1-m_{11} & m_{12} & m_{13} & \cdots \\ m_{21} & 1-m_{22} & m_{23} & \cdots \\ m_{31} & m_{32} & 1-m_{33} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix} \tag{6.8}$$

(6.7)を觀ると若し Det(1−M)が0に近い値を取ると$r_{\mu\nu}$は非常に大きな値をとる事に注意して置く今

$$\mathrm{Det}\ (1-M)=0$$

なる方程式(所謂永年方程式)を考へ此れの根を$\lambda_{1}, \lambda_{2}\cdots\lambda_{i}$

〜〜として置くそうすると(6.7)は

$$\|\gamma_{\mu\nu}\| = \frac{\|S_{\mu\nu}\|}{(1-\lambda_1)(1-\lambda_2)\cdots(1-\lambda_i)\cdots} \tag{6.10}$$

の形に書く事が出来る、或は又此の右辺を部分々数に分ければ

$$\|\gamma_{\mu\nu}\| = \sum_j \frac{\|T^j_{\mu\nu}\|}{(1-\lambda_j)} \tag{6.11}$$

の形に書く事も出来る 以上の数學を我々の場合に適用すると

$$\begin{cases} C^{11} = A^{11} + A^{10} D(\xi) B^{00} D(\xi) R(\xi) A^{01} \\ C_{21} = B^{20} D(\xi) R(\xi) A^{01} \\ C_{22} = B^{22} + B^{20} D(\xi) A^{00} D(\xi) R'(\xi) B^{02} \\ C_{12} = A^{10} D(\xi) R'(\xi) B^{02} \end{cases} \tag{6.12}$$

に於て R や R' は

$$R(\xi) = \frac{S(\xi)}{\{1-\lambda_1(\xi)\}\{1-\lambda_2(\xi)\}\cdots\{1-\lambda_j(\xi)\}} = \sum_i \frac{T^i(\xi)}{1-\lambda_i(\xi)} \tag{6.13}$$

$$R'(\xi) = \frac{}{\{1-\lambda_1(\xi)\}\{1-\lambda_2(\xi)\}\cdots\{1-\lambda_j(\xi)\}} = \sum_i \frac{T'^i(\xi)}{1-\lambda_i(\xi)}$$

の形に書く事が出来る値し $\lambda_i(\xi)$ とは

$$\mathrm{Det}\{1 - A^{00} D(\xi) B^{00} D(\xi)\} = 0 \tag{6.14}$$

の根である

斯くして ω が与へられてゐる時 ξ をいろいろ変化して行ったものと考へると ξ の所々の値に於て(6.13)の根の何れかが1に極めて近くなる事が起るであらう、或は又 ξ が与へられてゐる時 ω を変化して居たと考へても同様な事が起るであらう 其の時には R や R' は極めて大きな値を取る、此れが即ち共振現象である

この共振の様子を理解するには共振器の胴も管口部分も十分細く長くて第四図で点線を以って示した切目の所や管口の所で只一つの姿態の波以外は凡て cut off されてゐるといふ場合に付いて上の計算をやつて見ればよい、其の時には $A^{N'N}$ とか $B^{N'N}$ とか $C^{N'N}$ とか云ふものは皆1次元の matrix 即ち単なる数になる $D(\xi)$

もやはり単なる数 $e^{ik^0\xi}$ である それ故其 を皆小文字で書いて (6.1) から

$$\begin{cases} C^{11}(\xi) = a^{11} + \dfrac{a^{10} b^{00} a^{01} e^{2ik^0\xi}}{1 - a^{00} b^{00} e^{2ik^0\xi}} \\ C^{21}(\xi) = \dfrac{b^{20} a^{01} e^{ik^0\xi}}{1 - a^{00} b^{00} e^{2ik^0\xi}} \\ C^{22}(\xi) = b^{22} + \dfrac{b^{22} a^{00} b^{02} e^{2ik^0\xi}}{1 - a^{00} b^{00} e^{2ik^0\xi}} \\ C^{12}(\xi) = \dfrac{a^{10} b^{02} e^{ik^0\xi}}{1 - a^{00} b^{00} e^{2ik^0\xi}} \end{cases} \tag{6.15}$$

が得られる． 茲に色々な複素数の大さと位相をはつきり書き表す方がよい．即ち

$$\begin{cases} a^{11} = |a^{11}| e^{i\theta^{11}} \\ a^{00} = |a^{00}| e^{i\theta^{00}} \\ b^{22} = |b^{22}| e^{i\varphi^{00}} \\ b^{00} = |b^{00}| e^{i\varphi^{00}} \end{cases} \qquad \begin{aligned} a^{10} &= a^{01} = |a^{10}| e^{i\theta^{10}} \\ b^{20} &= b^{02} = |b^{20}| e^{i\varphi^{20}} \end{aligned} \tag{6.16}$$

と書く 而して特性 matrix の Unitär 性から

$$\begin{cases} |a^{11}|^2 + |a^{10}|^2 = 1 \\ |a^{00}|^2 + |a^{10}|^2 = 1 \\ |a^{11}|^2 |a^{10}| e^{i(\theta^{11} - \theta^{10})} + |a^{10}||a^{00}| e^{i(\theta^{10} - \theta^{00})} = 0 \end{cases} \tag{6.17}$$

又 b に付いて似た式が成立してゐる

実際上空洞共振器が其の機能を発揮するのは空洞と開口の結合が弱くて所謂高 Q 回路をなす時であらうから(結合の強さとQの関係は後に一般的に取扱ふ) 其の時は

$|a^{11}|, |a^{00}|, |b^{22}|, |b^{00}| \approx 1$

$$|a^{10}|=|a^{01}|\ll 1 \quad |b^{20}|=|b^{02}|\ll 1 \tag{6.18}$$

が成立するものとしてよい。其の時には(6.16)と(6.17)とを用ひて近似的に

$$\begin{cases} a^{00}=\left\{1-\frac{1}{2}|a^{10}|^2\right\}e^{i\theta^{00}} \\ b^{00}=\left\{1-\frac{1}{2}|b^{20}|^2\right\}e^{i\varphi^{00}} \\ a^{11}=-e^{i(2\theta^{10}-\theta^{00})} \\ b^{22}=-e^{i(2\varphi^{20}-\varphi^{00})} \end{cases} \tag{6.19}$$

が得られる。此れを用ひて(6.14)は近似的に

$$C^{11}(\xi)=e^{-i(2\theta^{10}-\theta^{00})}+\frac{|a^{10}||a^{01}|}{e^{-i(2k^0\xi+\theta^{00}+\varphi^{00})}-1+\frac{1}{2}\{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2\}}e^{i(2\theta^{10}-\theta^{00})}$$

$$C^{21}(\xi)=\frac{|b^{20}||a^{01}|}{e^{-i(2k^0\xi+\theta^{00}+\varphi^{00})}-1+\frac{1}{2}\{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2\}}e^{i(\theta^{10}+\varphi^{20}-\theta^{00}-\varphi^{00}-k^0\xi)}$$
$$=C^{12}(\xi)$$

$$C^{22}(\xi)=-e^{i(2\varphi^{20}-\varphi^{00})}+\frac{|b^{20}||b^{02}|}{e^{-i(2k^0\xi+\theta^{00}+\varphi^{00})}-1+\frac{1}{2}\{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2\}}e^{i(2\varphi^{20}-\varphi^{00})} \tag{6.20}$$

となる事がわかる

(6.20)に於て他の條件を變化させずにξを変へて行くものと考へると(ξ)は$e^{-i(2k^0\xi+\theta^{00}+\varphi^{00})}$を1にする$\xi$の近くで異常なる變化をする事がわかる例へば$C^{21}(\xi)$を觀ると$|a^{10}|$や$|b^{20}|$は極めて小さいと考へてゐるから一般には$|C^{21}(\xi)|$も極めて小さいのに$e^{-i(2k^0\xi+\theta^{00}+\varphi^{00})}$が1に近くなると例外的に$|C^{21}(\xi)|$は1の程度の大きさを取る事が可能である。物理的に云へば空洞と開口の結合が弱い場合には一つの開口から入射した波が他の開口に漏れ出る事は一般に極めて少いがξの此の特別の値に對しては例外的に强い波が他の開口に漏れて來るのである

これは所謂空洞の共振現象に他ならない。斯くして共振は

$$2k^{0}\xi+\theta^{00}+\varphi^{00}=2n\pi \quad (n=0,1,2,\cdots\cdots) \tag{6.21}$$

の時起る事が判る 空洞内の波の波長をλとすると

$$\lambda=2\pi/k^{0} \tag{6.22}$$

であるから(6.21)は又

$$\xi=\left(\frac{\theta^{00}+\varphi^{00}}{2\pi}+n\right)\frac{\lambda}{2} \tag{6.23}$$

従って他の條件を一定にしておいてξを変化して行くとξが半波長変る毎に共振が繰返される事になる。(6,20)と(6,21)とから共振状態に於ては

$$\begin{cases} C^{11}=-e^{i(2\theta^{10}-\theta^{00})}\left\{1-\dfrac{2|a^{10}|^2}{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2}\right\} \\ C^{21}=e^{i\left(\theta^{10}+\varphi^{20}-\frac{\theta^{00}+\varphi^{00}}{2}-n\pi\right)}\dfrac{2|b^{20}||a^{01}|}{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2}=C^{12} \\ C^{22}=-e^{i(2\varphi^{20}-\varphi^{00})}\left\{1-\dfrac{2|b^{20}|^2}{|a^{10}|^2+|b^{20}|^2}\right\} \end{cases} \tag{6.24}$$

を得る。従って此の時無反射の條件として

$$|a^{10}|=|b^{20}|$$

が成立せねばならない事になる

(6.20)の第一式と第三式とに於て右辺の第一項は共振に関係ない項であって、入射波が空洞の入口で単純に反射される為に起るものである。此れに對し第二項は空洞の共振に関係した反射である (6.25)は此の入口反射と共振反射とが干渉して打消す為の條件である 此の條件を文章で述べると次の様になる即ち

此處で考へて居る様な單純化した二開口の空洞で入口から入つた波が反射なしに全部出口に出るためには入口と空洞との結合の强さと出口と空洞との結合の强さとが互に等しい事を要する　此の結論の一般化は§9で取扱ふ

空洞や管口が十分長くて種々の姿態の波を考へねばならぬ場合でも空洞と管口との結合が弱い時には凡を求めるに必要な永年方程式(6.13)の解は割合に簡單に求める事が出来る、其の理由は此の様な場合には $A^{00}DB^{00}D$ を近似的には對角線 matrix と見做から

$$1-A^{00}DB^{00}D$$

の逆は簡單にその對角線要素の逆數を對角線に列べた matrix となるからである、此の様にして直ちに(6.20)を一般化した公式が得られる、而し茲ではそれらの計算は省略して次節以下ではもつと一般的な空洞共振器の理論を展開する事にする