磁流空中線理論

松本　正

電流「アンテナ」ノ輻射電力ノ計算ハE.M.F法ニ依リ計算サレル。コノ方法ヲ磁流「アンテナ」ニ対シテ類推的ニ適用シテM.M.F法トナシ磁流「アンテナ」ノ輻射電力ヲ計算スル事ガ出来ル。以下E.M.F法トM.M.F法ト対比シツヽ説明スル。

電流「アンテナ」ニ対シテハ

$$\rho = -\mathrm{div}\,\mathfrak{P}, \quad \nabla i + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad i = \frac{\partial \mathfrak{P}}{\partial t} \qquad (1)$$

$$\mathrm{rot}\,\mathfrak{E} = -\mu\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\,\mathfrak{H} = i + \varepsilon\frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\,\mathfrak{H} = 0, \quad \mathrm{div}\,\mathfrak{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \qquad (2)$$

ヘルツベクトルπヲ利用スレバ

$$-\nabla^2\pi + \mu\varepsilon\frac{\partial^2\pi}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{P} \qquad (3)$$

ノ時

$$\mathfrak{E} = \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\pi - \frac{1}{\varepsilon}\mathfrak{P}, \quad \mathfrak{H} = \varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\,\pi \qquad (4)$$

同様ニ磁流「アンテナ」ニ対シテハ

$$\rho' = -\mathrm{div}\,\mathfrak{P}', \quad \nabla i' + \frac{\partial \rho'}{\partial t} = 0 \quad i' = \frac{\partial \mathfrak{P}'}{\partial t} \qquad (1')$$

$$\mathrm{rot}\,\mathfrak{E}' = -i' - \mu\frac{\partial \mathfrak{H}'}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\,\mathfrak{H}' = \varepsilon\frac{\partial \mathfrak{E}'}{\partial t}, \quad \mathrm{div}\,\mathfrak{H}' = \frac{\rho'}{\mu}, \quad \mathrm{div}\,\mathfrak{E}' = 0 \qquad (2')$$

ヘルツベクトルπ'ヲ用ヒレバ

$$-\nabla^2\pi' + \mu\varepsilon\frac{\partial^2\pi'}{\partial t^2} = \frac{1}{\mu}\mathfrak{P}' \qquad (3')$$

ノ時

$$\mathfrak{E}' = -\mu\frac{\partial}{\partial t}\mathrm{rot}\,\pi', \quad \mathfrak{H}' = \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\pi' - \frac{\mathfrak{P}'}{\mu} \qquad (4')$$

電流或ハ磁流要素ノ座標ヲ$\xi_1, \xi_2\ \xi_3$トシ観測点ヲ$(x_1, x_2\ x_3)$トシ両者ノ距離ヲrトスル時

$$\pi(x,t) = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\frac{e^{j\omega t}}{4\pi}\int i_0\frac{e^{-jkr}}{r}dv, \quad \pi'(x,t) = \frac{1}{j\omega\mu}\frac{e^{j\omega t}}{4\pi}\int i'_0\frac{e^{-jkr}}{r}dv \qquad (5)$$

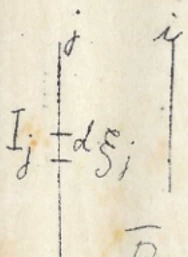
今空中線ヲZ軸ニ一致セシメ

$$i = i_0\sin(k\xi - \alpha)e^{j\omega t}, \quad i' = i'_0\sin(k\xi - \alpha)e^{j\omega t} \qquad (6)$$

トセバ

$$\pi_z(x,t) = \frac{I_0}{j\omega\varepsilon}\frac{e^{j\omega t}}{4\pi}\int_{\xi_1}^{\xi_2}\frac{e^{-jkr}}{r}\sin(k\xi - \alpha)d\xi, \quad \pi'_z = \frac{\varepsilon}{\mu}\frac{I'_0}{I_0}\pi_z \qquad (7)$$

$$E_z = \frac{\partial^2\pi_z}{\partial Z^2} + k^2\pi_z, \quad H'_z = \frac{\partial^2\pi'_z}{\partial Z^2} + k^2\pi'_z = \frac{\varepsilon}{\mu}\frac{I'_0}{I_0}E_z \qquad (8)$$



今VトIガ複素表示セラレテ居ル時平均電力$\bar{P}$ハ $\bar{P} = \overline{R_e V \cdot R_e I} = \frac{1}{2}R_e(VI^*)$ デアルカラ

$$\bar{P} = \frac{1}{2}R_e\sum\sum\int_{\xi_{1j}}^{\xi_{2j}}(E_{ji}I_j^*)\,d\xi_j, \quad \bar{P}' = -\frac{1}{2}R_e\sum\sum\int(H'_{ji}I'^*_j)\,d\xi_j \qquad (9)$$

従ツテ

$$\left.\begin{aligned} I_j &= I_{oj}\sin(k\xi_j-\alpha_j)e^{j\omega t}, \quad E_{ji} = I_{oi}V_{ji}e^{j\omega t} \\ I'_j &= I'_{oj}\sin(k\xi_j-\alpha_j)e^{j\omega t}, \quad H_{ji} = I'_{oi}V'_{ji}e^{j\omega t} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

ト置クト

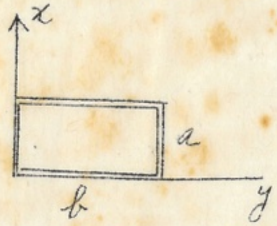
$$V'_{ji} = \frac{1}{\eta^2}V_{ji} \qquad \text{茲ニ}\ \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \qquad (11)$$

トナルカラ

$$\left.\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{2}Re\sum\sum I_{oi}I_{oj}^{*}Z_{ji}, \quad Z_{ji} = -\int_{\xi_{1j}}^{\xi_{2j}} V_{ji}\sin(k\xi_j-\alpha_j)d\xi_j \\ \bar{P}' &= \frac{1}{2}Re\sum\sum I'_{oi}I'^{*}_{oj}Y'_{ji} \quad Y'_{ji} = -\int V'_{ji}\sin(k\xi_j-\alpha_j)d\xi_j \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

故ニ

$$Y'_{ji} = \frac{1}{\eta^2}Z_{ji} = \frac{1}{(120\pi)^2}Z_{ji} \qquad (13)$$



扨左図ノ如キ矩形導波管内ノ H_{om} 波ニ就テ考察シヨウ

$$f_{cH_{om}} = \frac{1}{2\sqrt{\varepsilon\mu}}\frac{m}{b} \qquad (14)$$

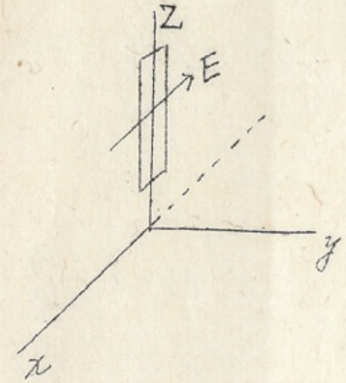
自由空間ノ波長 λ_0 ナル時

$b = \frac{\lambda_0}{2}m$ ノ時 $f = f_{cH_{om}}$ トナル。即チ

H_{o1}, H_{o2}, H_{o3} ---------- H_{om} ニ対シテ夫々

$b = \frac{1}{2}\lambda_0, \lambda_0, \frac{3}{2}\lambda_0, \cdots\cdots \frac{m}{2}\lambda_0$ ノ時 $f = f_c$ トナリ導波管ノ特性インピーダンス $Z_{oH} = \eta/\sqrt{1-(f_c/f)^2} \to \infty$ トナリ E_x ハ大キク H_y ハ小サクナリ管ノ開端面ニハ E_x ノミガ現レル

様ニナル。管ノ切口ノ一辺 a ハ f_c ニ無関係デアルカラ a ヲ充分小トスレバコノ開端面カラノ輻射ハ磁流「アンテナ」トシテ計算出来ル。即チ開端面~~カラノ輻射~~上ノ電磁界分布ノ代リニ等價電流及ビ磁流面ニテ置キ換ヘテ計算出来ルカラ今矩形細隙ヲZ軸ニ沿フテ置キ且ツ開口面ヲxZ面ト一致セシメ



$$E_x = E_0\sin(k\xi-\alpha)e^{j\omega t}$$

トセバ 磁流ハZ方向ニ流レ

$$\begin{aligned} I' &= -Ea = E_x a \\ &= V_0\sin(k\xi-\alpha)e^{j\omega t} \end{aligned} \qquad (15)$$

トナルカラ

$$\bar{P}' = \frac{1}{2}|V_0|^2 Re\, Y'_{11} \qquad (16)$$

茲ニ $Y'_{11} = \frac{1}{\eta^2}Z_{11} = \frac{1}{(120\pi)^2}(73.1+j42.5)$

ニシテ Y'_{11} ハコノ磁流「アンテナ」ノ輻射自己「アドミッタンス」デアル。次ニ輻射磁界ノ指向特性ニ就イテ考ヘテ見ル。

半波長電流「アンテナ」ヲZ軸ニ一致シテ置イタ時

$$\left.\begin{aligned} E_\theta &= A(r,t)\cdot D(\theta), \quad H_\phi = \frac{1}{\eta}E_\theta \\ D(\theta) &= \frac{\cos(\frac{\pi}{2}\cos\theta)}{\sin\theta} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

コノ半波長電流「アンテナ」ノ代リニ磁流半波長空中線ヲ置イタ場合ハ

$$\left.\begin{aligned} H'_\theta &= A'(r,t)\cdot D'(\theta), \quad E'_\phi = -\eta H_\theta \\ D'(\theta) &= D(\theta) \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

即チ E_θ, H_ϕ ノ指向性ハ其儘 E'_ϕ, H'_θ ノ指向性トナル.

又多数ノ単位電流「アンテナ」ヨリ成ル空中線系ノ E_θ, H_ϕ ノ指向性ハ各電流「アンテナ」ヲ対応磁流「アンテナ」ニテ置キ換ヘタ場合ノ E'_ϕ, H'_θ ノ指向性ト同一ニナル事ハ指向性ノ計算ノ思想カラ了解サレル。以下ニ二三ノ例ニ就キ説明スル.

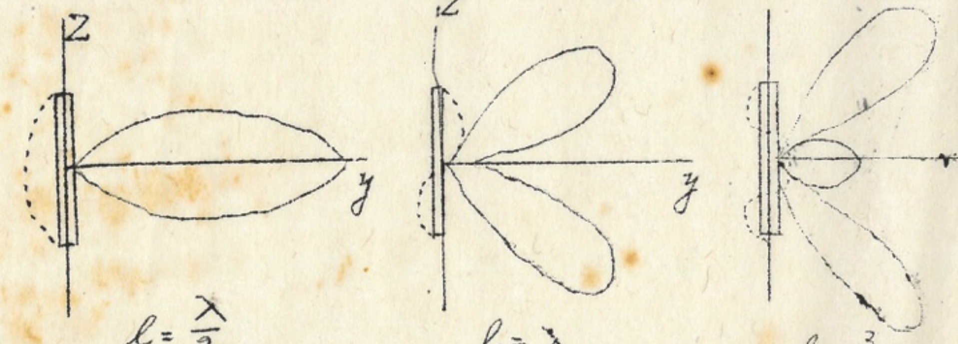
(i) 1箇ノ磁流「アンテナ」ノ輻射指向性

1箇ノ磁流「アンテナ」ヲZ軸ニ沿フテ置ク時遠方ノ界ハ E_ϕ 及 H_θ ニテ表サレ指向性ハ ϕ ニ無関係デアル。即チZ軸ニ関シテ円対称デアル。然シ θ ニ関シテ

$$D(\theta)=\frac{\cos\left(m\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta},\quad m=1,3,5\cdots \tag{19}$$

$$D(\theta)=\frac{\sin\left(m\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta},\quad m=2,4,6,\cdots \tag{20}$$

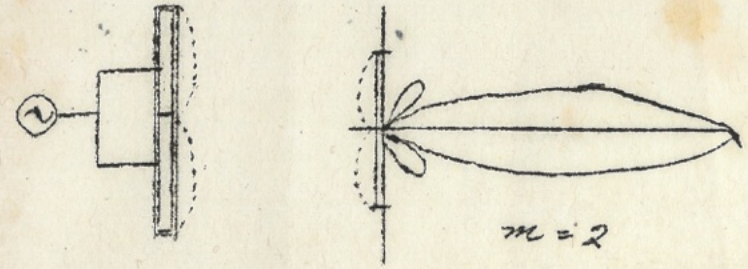
トナル。但シ空中線長 l ハ $l=m\frac{\lambda}{2}$ デアル。



$l=\frac{\lambda}{2}$　　$l=\lambda$　　$l=\frac{3}{2}\lambda$

又交替位相ヲ抑制セル場合ハ

$$D(\theta)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\;\frac{\sin\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)} \quad\cdots\cdots\cdots(21)$$



$m=2$

(ii) 多数ノ半波磁流「アンテナ」ヲ平行等間隔ニ排列セル場合

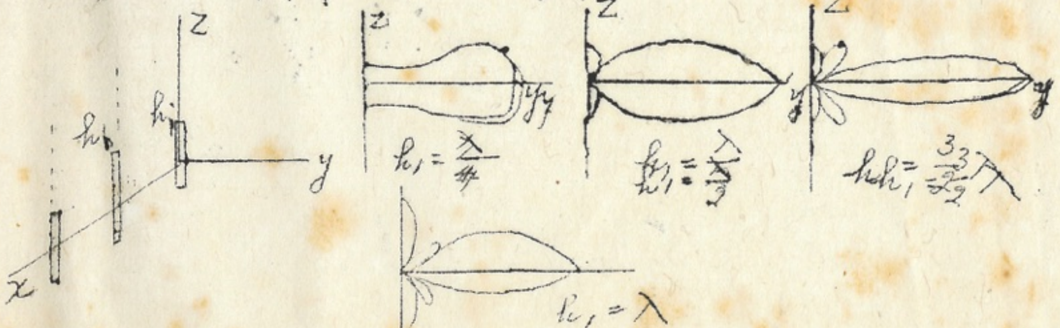
多数ノ半波長磁流「アンテナ」ヲ x Z 面内ニ於テZ軸ニ平行ニ且ツ等間隔ニ排列セル場合ノ指向性ハ

$$D(\theta,\phi)=\frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\cdot\frac{\sin\frac{N_1\gamma_1}{2}}{}$$

$$\gamma_1=kh_1\sin\theta\cos\phi+\alpha_1$$

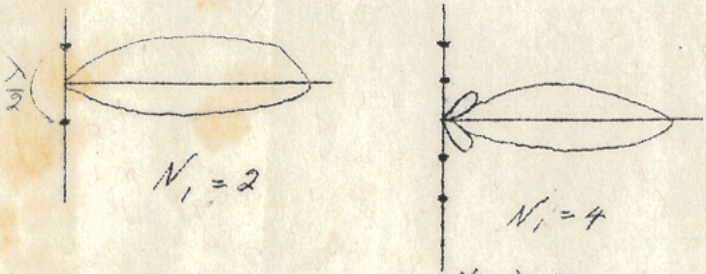
茲ニ N_1 ハ空中線ノ総数, h_1 ハ相互間隔, α_1 ハ原点ニ近イ隣接空中線ニ対スル進相角デアル。

例ヘバ $N_1=3$, $\alpha_1=0$ 即チ三空中線ヲ同相ニ励振セル場合ニハ下図ノ如クデアル。



$h_1=\frac{\lambda}{4}$　　$h_1=\frac{\lambda}{2}$　　$h_1=\frac{3}{2}\lambda$　　$h_1=\lambda$

又 $h_1 = \frac{\lambda}{2}$, $\alpha_1 = 0$ ノ時ハ



尚最後ニ一言スルガ広イ導体板ニ作ラレタ細隙カラノ輻射モ非常ニ興味ガアル。多数ノ実験ノ経験ニ依レバコレラノ結果ハ上述磁流「アンテナ」理論ニテ示サレル結果ト類似ノ点ガ多イ. 此等ニ関シテハ別ニ説明スル事ニスル。

昭和20. 1. 8

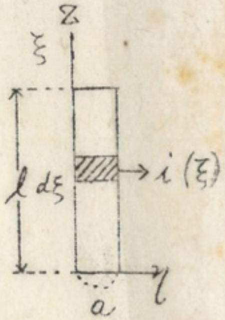
廣幅短長空中線理論

松本　正

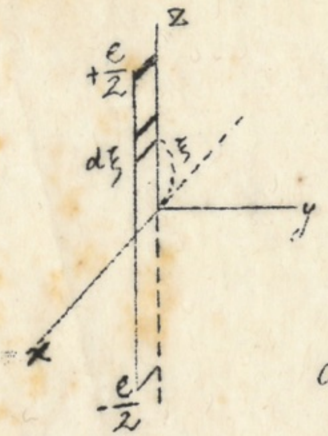
今圖ノ如クξ－η面内ニξ方向ノ幅ハ廣クη方向ノ長サノ短イ矩形ヲ考ヘコノ部分ニξ方向ニ関スル振幅分布ガ

$$i(\xi)=i_0\sin(k\xi+\alpha)e^{j\omega t} \qquad (1)$$

ニテ表サレル如キ密度ノ電流ガη方向ニ極メテ短イ距離ダケ流レテオル場合ノ輻射ヲ考ヘテ見ヨウ。



第1圖



第2圖

扨コノ矩形ノ面ヲxZ面ニ一致セシメテ第2圖ノ如クξ方向ヲZ軸ト一致セシメル。コノ時ξ=ξニ於ケル電流モーメント $i(\xi)d\xi\cdot a$ ニ依ッテ生ズル電磁界ハ充分遠方ニ於テ次式ニテ表サレル。

$$\left.\begin{aligned}
dH_\phi&=-j\frac{i(\xi)d\xi\cdot a}{2\lambda}\frac{e^{-jkr+jk\xi\cos\theta}}{r}\cos\theta\cos\phi\\
dE_\theta&=\eta\cdot dH_\phi,\quad \eta=\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\\
dH_\theta&=-j\frac{i(\xi)d\xi\cdot a}{2\lambda}\frac{e^{-jkr+jk\xi\cos\theta}}{r}\sin\phi\\
dE_\phi&=-\eta\, dH_\theta
\end{aligned}\right\}\qquad (2)$$

故ニ全輻射ハコレラヲ $\xi=-\frac{l}{2}$ カラ $+\frac{l}{2}$ マデ積分シテ

$$\left.\begin{aligned}
H_\phi&=-j\frac{i_0 a}{2\lambda}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\cos\theta\cdot\cos\phi\cdot\Xi,\quad E_\theta=\eta H_\phi\\
H_\theta&=-j\frac{i_0 a}{2\lambda}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\sin\phi\cdot\Xi,\quad E_\phi=-\eta H_\theta
\end{aligned}\right\}\qquad (3)$$

茲ニ

$$\Xi=\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\sin(k\xi+\alpha)e^{jk\xi\cos\theta}d\xi \qquad (4)$$

今、$\xi=\pm\frac{l}{2}$ ニテ $i(\xi)=0$ トナルモノトセバ

$$\sin(k\xi+\alpha)=\sin\left[m\pi\left(\frac{\xi}{l}+\frac{1}{2}\right)\right]=\begin{cases}\sin\frac{m\pi}{2}\cos k\xi & m:\text{奇数}\\ \cos\frac{m\pi}{2}\sin k\xi & m:\text{偶数}\end{cases}$$

故ニ

$$\Xi=\begin{cases}\sin\frac{m\pi}{2}\displaystyle\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\cos k\xi\, e^{jk\xi\cos\theta}d\xi=\frac{2\cos\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{k^2\sin^2\theta} & (m:\text{奇}) \quad \left(k=\frac{m\pi}{l}\right)\\ \cos\frac{m\pi}{2}\displaystyle\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}\sin k\xi\, e^{jk\xi\cos\theta}d\xi=\frac{-2j\sin\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{k^2\sin^2\theta} & (m:\text{偶})\end{cases}$$

故ニm:奇数ノ時

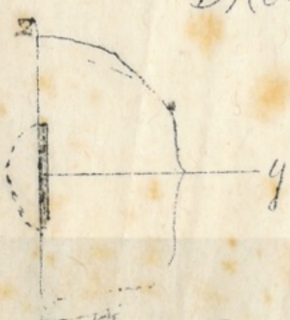
$$\left.\begin{aligned}
H_\phi&=-j\frac{i_0 a}{2\pi}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\frac{\cos\phi\cos\theta\cdot\cos\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\\
H_\theta&=-j\frac{i_0 a}{2\pi}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\frac{\sin\phi\cdot\cos\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\\
E_\theta&=\eta H_\phi,\quad E_\phi=-\eta H_\theta
\end{aligned}\right\}\qquad (4)$$

m:偶数ノ時

$$\left.\begin{aligned}
H_\phi&=\frac{i_0 a}{2\pi}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\frac{\cos\phi\cdot\cos\theta\cdot\sin\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\\
H_\theta&=\frac{i_0 a}{2\pi}\frac{e^{j\omega t-jkr}}{r}\frac{\sin\phi\cdot\sin\left(\frac{m\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta}\\
E_\theta&=\eta H_\phi,\quad E_\phi=-\eta H_\theta
\end{aligned}\right\}\qquad (5)$$

◎ 特別ニ $l=\frac{\lambda}{2}$ 即チ $m=1$ ノ場合ノ E_ϕ（或ハ H_θ）ノ指向特性 $D_1(\theta,\phi)$ ハ

$$D_1(\theta\phi)=\frac{\sin\phi\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta} \qquad (6)$$

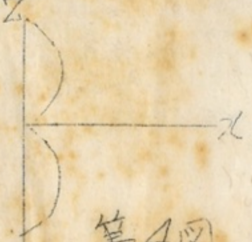


第3図

ニシテZy面（$\phi=\frac{\pi}{2}$）内ニ於テハ円ニ近イ。E_ϕノ全指向性ハ第3図ニ $\sin\phi$ ヲ乗ジテZ軸ノマハリニ廻轉セシムレバヨイ。

又 E_θ（或ハ H_ϕ）ノ指向特性 $D_2(\theta,\phi)$ ハ

$$D_2(\theta,\phi)=\frac{\cos\phi\cdot\cos\theta\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^2\theta} \qquad (7)$$



第4図

ニシテ ZX面 $(\phi=0)$ 内ニ於テ第4図ノ如クデアリ全指向性ハ $\cos\phi$ ヲ乗ジテZ軸ノマハリニ廻転セシムレバヨイ。

更ニ $l=\frac{\lambda}{2}$ ノ場合ニ就キ輻射電力 W ヲ計算シテ見ル。

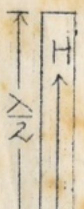
$$W=\frac{1}{2}\int(E_\theta H_\phi^{*}-E_\phi H_\theta^{*})\,df=\frac{\eta}{2}\int(H_\phi H_\phi^{*}+H_\theta H_\theta^{*})\,df$$

$$=15\,i_0^2a^2\left[\int_0^\pi\left(\frac{\cos^2\theta\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^3\theta}+\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^3\theta}\right)d\theta\right]$$

$$=15\,i_0^2a^2\left[2\int_0^\pi\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin^3\theta}\,d\theta-\int_0^\pi\frac{\cos^2\left(\frac{\pi}{2}\cos\theta\right)}{\sin\theta}\,d\theta\right] \qquad (8)$$

［ ］ノ中ノ第1項ハ約3.4，第2項ハ1.2デアル。故ニ

$$W\fallingdotseq 33\,i_0^2a^2 \quad \text{ワット} \qquad (9)$$



今半波長矩形細隙ノ長サノ方向ニ磁界Hガアッテコレガ

$$H=H_0\sin(kz+\alpha)e^{j\omega t} \qquad (10)$$

ニテ表サレル時コノ磁界ニ依ル輻射ハ等價電流面ニテ置キ換ヘテ

$$i=-H$$

トスル事ガ出来ル。故ニコノ場合ハ

$$W=33\,H_0^2a^2 \quad \text{ワット} \qquad (10)$$

H_0 ハ細隙ノ中央ニ於ケル磁界ノ強サデアル。

昭和20.1.10.