

超伝導から Higgs ボソンまで

シカゴ大学 南部 陽一郎

(1990年6月27日受理)

名古屋には余り来たことはないのですがそれでも過去何十年かの間に数回ここにまいりました。若い方は直接は知らないでしょうけれども、坂田昌一先生がここに長い間居られまして、坂田先生の影響、つまり物理学、素粒子の物理をやるやり方、方法論というものについて私は非常な影響を受けました。

先にちょっと坂田先生の思い出を話させて頂きます。私が物理を勉強始めたのは東大でした。戦争前ですが、その頃は東大には原子核物理までしかなくて、素粒子というものは全然なかった。素粒子をやっていたのは、専ら、京都学派ですが、京都の湯川さん以外に、東京には、文理大と理研があり、仁科先生と朝永先生が非常に強力に協力しておられまして、定期的にセミナーをやっていました。そのころ仁科さんは、特に宇宙線の実験的研究に力をそそがれ、朝永さんもその非常に良き協力者として理論的にいろんな議論をして居られた。我々は、東大では初め、素粒子を勉強したい、と教授に申し込んだんですけれども、そう言うものは天才じゃなかったらやるべきではない、といわれまして、相手にされなかった。それで我々はしゃくにさわって、我々のグループがぐるになって勉強を始めた。理研にも時々セミナーを聞きかじりに行き、それで多少手ほどきを受けたわけですが、その中で印象に残っているのは、朝永さんが時々、席上で、一番新しいニュースをいろいろ披露される、たとえば坂田さんが名古屋から手紙をよこして、こういう考えがあると言っていると、その内容のディスカッションをされました。

一度この様なことがありました。 π メソンすなわち湯川中間子がそのころはまだ実際に確定されていなくて、スピンが何であるとか、アイソスピンが何であるとか、いろいろな議論があったわけです。それで、もし π メソンのアイソスピンが1で、荷電を持ったものと中性子があるとすれば、それでは、中

性の π メソン をどうしたら実験的に見つけることが出来るか、という問題が生じます。坂田さんの指摘では、 π メソンの中性の奴が、もしスピンの1であったら、それが三つの γ には壊れるけれども、二つの γ には壊れない。もしスピンの0ならば二つの γ に壊れる。それで、実験的には区別がつくわけですが、初めてそのときに、Furry の定理、今でいうと charge conjugation という概念、があるということを習いました。特に、理論を立てればすぐにどうして実験的に確かめるかという事を議論された。そういう事に非常に感銘を受けました。

その次には、もう一つこれはもっと有名な仕事ですけれども、坂田さんが2中間子論というのを出されました。そのころは、初めに Anderson が宇宙線の中で発見したいまの μ というものは、湯川さんが予言した π 中間子と同じものだ、と、解釈されていました。しかし、そうするといろいろな理論的な矛盾が出てくる。中間子が上層で宇宙線の中の陽子が空気の核に衝突して作られたとすると、かなり大きな cross section で、作られねばならない。ところが、実際にはそれが、地上まで下りてきて、そこで観測されている。もし強い相互作用で作られれば下りてくる間にまた相互作用して、吸収されるとか、なくなってしまう可能性がある。矛盾が出るわけです。それをどう解釈するか、その頃の理論屋が色々頭を悩ませて、強結合の理論など、いろいろな理論を作って説明しようとしたんですがうまくいかなかった。一番簡単な解決というのが、坂田さん達の解決、つまり、先に出来たものと地上で観測されているものは同じものではなく、二つ別なものであるという2中間子論です。最初に出来たのが湯川中間子で、それがすぐに崩壊して別の中間子になる。それをいまは μ というのは、そういうモデルで見事に解決された。その π と μ の違いですが、それが実験的に見つかったのは、戦後で、Powell 達が emulsion の中で実際に、 π が μ に壊れ、 μ が更に電子に壊れるという現象を見たわけです。その頃の湯川・坂田の立場としては、現象を説明するためには、素粒子というのは幾らでも必要に応じて勝手に仮定する。それまでは、素粒子と言うのは非常に限

られた少ないもので、例えば陽子とか電子とか、それ以外はない。出来るだけ少ないものであらゆるものを説明しようというのが物理の立場だ、と考えていた。2中間子論はそれと正反対の事をして見事に成功した例で、そういう物の考え方というのは、湯川学派に始まったものと言っていい。現在はもう日常茶飯事になってしまって、誰でもすぐに考えることでしょうけれども、その頃は非常に画期的なことでした。

坂田先生に関する思い出はそれくらいにいたしまして、今日の話題は、“超伝導から Higgs ボソンまで”といたしましたが、これは、私がここ30年以上も考えていることを今でもこれから素粒子の最先端の物理に応用でき、またほかの分野でも意味があると信じています。特にここ過去数年間、いろいろと考えてきましたので、今日は技術的な細かいことはやめますが、むしろ教育的な意味で超伝導のBCS理論というのは、あるいは、BCSの機構というのはどういうものであるか、それが、物理のいろいろな分野にいかに関現れてくるかということをご紹介したいと思います。ご承知のように、BCS理論というのは、超伝導を説明するために31~2年まえに出たものですが、最初にBCSの機構が何であるのか、一般的な特徴が何であるかを、先ず説明します。

最近の高温超伝導とふつうのBCS理論とどの程度関係があるかは、まだよく分かっていませんが、高温超伝導にも大体はBCS理論的な考え方が当てはまるということは、いえると思います。

狭い意味で、BCS機構というときには、電子が phonon の媒介によって引力を生じ、それで Cooper pair をつくることを意味するのですが、ここでは何によってというのを指定しないで、ただ引力があってフェルミオンの間に Cooper pairing が起こる。そういうものをBCS機構と考えます。

ですから、第一の特徴としては、なにか Cooper pairing が起こる。超伝導の場合では、スピン上向きの電子と下向きの電子が Fermi 面のうでで相関して凝縮し、order parameter $\langle \psi \uparrow \psi \downarrow \rangle$ をつくる。その結果として、いろいろな low energy mode が出来ます。基底状態は超伝導状態ですが、その近くにエネル

ギーの低い励起状態がいろいろある。一つはフェルミオンのもの、即ち pair ではなくて電子を一つだけ付け足した場合で、これは、Bogoliubov-Valatin の quasiparticle と呼ばれるのですが、mass parameter $\Delta \propto \langle \psi \psi \rangle$ という energy gap を持っている。つまり、mass parameter の分だけ Fermi 面の上に少し gap が出来てその上にしか上げられない。この gap は、order parameter に比例する量ですが、後で述べる σ モデルあるいは Ginzburg-Landau モデルを使うときには σ の真空期待値 $\langle \sigma \rangle$ に比例する量にもなっている。ですから、もし Cooper pair を壊そうとするとフェルミオンを二つ上に上げねばならないので、 2Δ という energy gap が生じる。これはちょうど真空中から電子と陽電子の pair を作る時に少なくとも電子質量の 2 倍のエネルギーが必要であるという事実と同じ事情ですが、電子-陽電子の場合と異なる点は、Cooper pair が $2e$ の電荷を持っていることで、そのため媒質は電荷の厳密な固有状態ではない。つまり対称性（すなわち保存則）の自発的な破れ (spontaneous symmetry breaking) が起こっています。

その次に、ボソンの collective mode。これには二種類があって、一つは物性論のひとたちが phase mode、素粒子の人たちが Goldstone mode または π と呼んでいるもの、もう一つは物性の人たちは amplitude mode、素粒子の人たちは Higgs mode または σ と呼んでいるものです。order parameter は空間的にはどこでも一定ですが、これを空間的にすこし modulate すると、modulation の波長によってエネルギーが変わる。それが伝播するのがこういう mode です。phase を modulate したときに生ずるのがいわゆる Goldstone mode で、これは質量がない phonon に似たようなスペクトルを持つ。それに対し、絶対値の大きさを modulate したときにできるのが amplitude mode 又は Higgs mode で、質量を持っている。その質量の大きさが、ちょうど energy gap 2Δ とおなじになっている。これが BCS 理論の特徴です。

それでは、具体的にエネルギーのスケールがどうなっているかというと、BCS 理論では二つのスケールがある。一つは、pairing が起こる前のエネルギー

のスケール。これは構成物質の持っているエネルギーのスケールで、一般に高い方のスケールなのですが、Fermi 表面での電子の状態密度 N で代表される。これはあとで Ginzburg-Landau のハミルトニアンになおす時には、 σ の期待値 $\langle \sigma \rangle$ あるいは、素粒子論では π の崩壊定数というものと本質的に同じものです。もう一つは、低いエネルギーのスケールで、これは、 Δ で代表される。そして 3 種類の mode の質量の間には $m_\sigma : \Delta : m_\pi = 2 : 1 : 0$ という非常に簡単な関係がある。但しこれは S 波の Cooper pair の場合で、もっと一般には $m_\sigma^2 + m_\pi^2 = 4\Delta^2$ という形をとります。勿論これらの関係は、厳密なものではなくて、媒介する力が weak coupling, short range の極限で成り立つわけですが、実際には大体このようになっています。私はこれに quasi-supersymmetry という名前をつけました。supersymmetry と言うのはボソンとフェルミオンの間にある対称性で、ここ 10 数年間素粒子論では非常によく研究されているものです。そのときにはボソンとフェルミオンの質量が完全に同じですが、これはそれを少し破ったような近似的な supersymmetry で、そう言う意味で quasi-supersymmetry という名前をつけたわけです。それからこの様なボソンとフェルミオンの間に湯川的な相互作用があるが、その結合定数は二つのエネルギースケール比 $G = \Delta / \langle \sigma \rangle$ になっている。ですから Δ が $\langle \sigma \rangle$ よりも小さいときにはこれは小さい。

これだけの事が分かると、低エネルギーの励起状態の性質と、その間の相互作用が決るので、それを effective Hamiltonian というものに書き直すことが出来る。すなわち、高いエネルギーのスケールでの構造を忘れてしまって、低いエネルギーの現象だけを議論することが出来る。それがいわゆる σ モデルです。これはいろいろな名前では呼ばれていて、BCS 理論が出るまえの Ginzburg-Landau の理論から、Goldstone-Higgs のモデル、Gell-Mann-Levy そしてさいごに Weinberg-Salam の統一模型に到るまで、私の考えでは、これらはすべて概念的には同じものです。

ではどういう実例があるのかというのを簡単におみせします。

	$\langle\sigma\rangle = \frac{\sqrt{N}}{2}$	Δ	G
Superconductor	5KeV	10^{-3}eV	10^{-7}
^3He	0.1MeV	10^{-7}eV	10^{-12}
Chiral dynamics	100MeV	1GeV for Nucleon 300MeV for quark	10 3
Nuclear pairing	100MeV	1MeV(1st generation)	10^{-2}
Weinberg-Salam	250GeV	1MeV $\geq 100\text{GeV? for top}$	10^{-5} 1/3

第一は、いわゆる BCS の超伝導、低温超伝導です。この場合の二つのスケールと結合定数を並べてみたのですが、Fermi 表面での状態密度の平方根 $\langle\sigma\rangle = 5\text{keV}$ くらい、gap Δ は臨界温度 数 K という程度で、この比が湯川結合定数 G です。次の超流動の ^3He の場合には、これは He の原子どうしが Cooper pairing するもので、そのときの臨界温度は非常に小さい。一方、状態密度は原子の Fermi 面での状態密度ですから、ものすごく小さい結合定数を持っていることになります。

それに反して、おなじことを quark-antiquark の pairing に当てはめて、いわゆるハドロンの力学にもっていきますと、 $\langle\sigma\rangle \sim 100\text{MeV}$ はよく知られている π の decay constant です。 Δ と言うのはクォークがハドロンの中で実際に持っている質量、constituent quark mass と呼ばれるもので、陽子 (p)、中性子 (n) の質量が 1GeV であれば、三つの quark はその 1/3 づつもっている。これで $G = \Delta/\langle\sigma\rangle$ を計算するとこの場合には 1 より大きな値になっている。すなわちハドロンの場合にはエネルギーのスケールが逆転して、そのために π の湯川定数が大きなものになっています。

次に原子核に移りますが、よく知られているように shell model によれば、各々の核子が共通の potential の中で動いて、そのいろんな準位に詰め込まれている。また spin-orbit の結合が大きく、それが準位を決めるのに大きな役割

をする。さらに二つ同じ核子、すなわち p どうし、n どうしが同じ shell の中に入ったときにはそのあいだに引力が働いて、pair となってエネルギーが下がる。これは昔から BCS の Cooper pairing と同じものだと考えてよいといわれていました。原子核内の核子の状態密度を計算すると、 $\langle\sigma\rangle$ は π の decay constant と同じくらいになる。そして、pairing energy は 1MeV の程度ですから、 G は 10^{-2} 程度です。

さいごに素粒子論で、Weinberg-Salam の standard model に持っていきますと、 $\langle\sigma\rangle$ はよく知られている Higgs 場の期待値で、これはフェルミの β 崩壊の定数から決まるものです。 Δ はいろいろなクォークやレプトンの持っている質量 constituent mass ではなくて、current mass と呼ばれるもので、グルーオンによる自己エネルギーを除いたものと考えればよい。例えば電子とか u、d クォークの場合には 1MeV 程度の大きさですから $G \cong 10^{-5}$ になる。一番面白いのは、まだ見つかっていない top クォークです。未だに出てこないというのは、質量が非常に重いからで、少なくとも 100GeV 以上あるだろうと思われます。そうするとその G はかなり大きいものになっている。top については最後にまたお話しします。

そのつぎに、さきほど 2 対 1 という比があると言いましたが、これは実験的に本当かどうか、この関係は理論的には、私たちがいわゆる Nambu-Jona-Lasinio model を作って素粒子論に適用したときに、もうすでにわかっていたことです。ただ、誰も実際に超伝導の場合にこうなるべきだと言った人がいなかったのは非常に残念ですけれども、とにかく、 σ に相当する mode が超伝導のなかにあるということが見つかったのはやっと 10 年前で、実験的にこれがわかってから、理論屋がそれはこうなんだろうと説明をつけたんです。どういう実験かといいますと、ある種の超伝導体の薄膜にレーザーの光を通すといわゆる Raman 効果をおこす。Raman 効果の波長の違いを見てやれば、励起状態のスペクトルがわかるわけです。(Fig.1) 臨界点以下になると、Raman スペクトルの中に新しい山ができて、これが σ -mode に相当する。そのエネルギーは

Figure 1

VOLUME 45, NUMBER 8

PHYSICAL REVIEW LETTERS

25 AUGUST 1980

Raman Scattering by Superconducting-Gap Excitations and Their Coupling to Charge-Density Waves

R. Sooryakumar and M. V. Klein

Department of Physics and Materials Research Laboratory, University of Illinois at Urbana-Champaign,

Urbana, Illinois 61801

(Received 24 March 1980)

2H-NbSe₂ undergoes a charge-density-wave (CDW) distortion at 33 K which induces A and E Raman-active phonon modes. These are joined in the superconducting state at 2 K by new A and E Raman modes close in energy to the BCS gap 2Δ. Magnetic fields suppress the intensity of the new modes and enhance that of the CDW-induced modes, thus providing evidence of coupling between the superconducting-gap excitations and the CDW.

PACS numbers: 78.30.Er, 74.30.Gn, 74.70.Lp

Structural phase transitions involving charge-density waves (CDW) in layered transition-metal dichalcogenides have been studied extensively in the last several years.¹ Neutron diffraction studies² on 2H-NbSe₂ show a transition from a normal lattice to one with a three-wave-vector incommensurate CDW at the onset temperature *T*_c of 33 K. The CDW is only a few percent out of commensurability and the neutron data show that it remains incommensurate down to 5 K. From the modulus measurements of Barmatz, Testardi, and DiSalvo³ it is concluded that incommensurability persists at least to 1.3 K. 2H-NbSe₂ is a highly anisotropic type-II superconductor below 7.2 K.⁴ The upper critical fields at 2 K may be estimated from published data⁴ and are found to be 105 and 42 kG for fields parallel and perpendicular to the layers, respectively. Magnetoresistance studies on 2H-NbSe₂ have been carried out by Morris, Coleman, and Bhandari.⁵

Figure 1 shows four pairs of Raman spectra [(a)-(d)] from two different samples of 2H-NbSe₂, M and B, at two different temperatures, 9 K (lower curves in each pair) and 2 K (upper curves) for A and E Raman symmetries. The characteristic CDW-induced amplitude modes (C) are near 40 cm⁻¹. On cooling below 33 K, they first appear, then harden, and get stronger.⁷ The main purpose of this paper is to report that when the sample is immersed in superfluid helium at 2 K two new Raman-active modes are seen at 18 cm⁻¹ (A) and at 15 cm⁻¹ (E), close in energy to the BCS gap at 2Δ. These are labeled G in Fig. 1. It is also noted from this figure that the position of these new peaks (G) is sample independent while the position and strength of the CDW modes (C) are sample dependent. This may be explained by the work of Huntley⁸ and Long, Bowen, and Lewis,⁹ where it was shown that crystal growth techniques have a small effect on superconductivity whereas Hall-coefficient studies¹⁰ indicate that

defects and impurities inhibit the formation of CDW's.

From Figs. 1(c) and 1(d), where all curves have the proper relative intensities, we find that the CDW modes lose intensity when the new "gap" modes appear. This direct coupling between modes C and G is shown more dramatically in

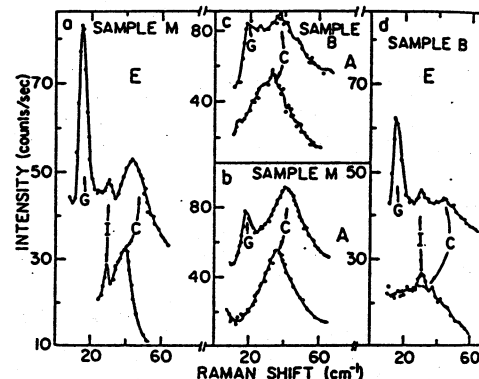


FIG. 1. Raman spectrum of samples M and B. The lower curve of each pair [(a)-(d)] is at 9 K and the upper at 2 K. Raman symmetries [polarizations] are E [(xy)] and A [(xx)-(xy)]. C labels CDW modes; G, gap excitations; and I, the interlayer mode characteristic of the 2H polytype. Incident laser beam at 5145 Å and 30 mW power was spread into a line 40-50 μm wide. Light was incident at the pseudo Brewster angle; the scattered light collected along the c axis. Resolution was 3 cm⁻¹. Curves (a) and (b) were drawn by hand while (c) and (d) represent a five-point smoothed plot through original data points. The upper curves in the E spectra have been moved up by 20 counts/sec while the A curves in (b) and (c) by 40 counts/sec. The 9- and 2-K data for sample M in (a) and (b) are each from the same run. The same is true for sample B, with the addition that (c) and (d) have been normalized with respect to the intensity of the A_{1g} phonon at about 230 cm⁻¹ (Ref. 7).

ちょうど、Δ の 2 倍です。臨界点の上でも下でも存在する広い山は、格子が歪みやすいことを示すもので、そのために Fermi 表面と Cooper pair との間の結合が強くなって、σ-mode が励起されやすいわけです。少し技術的になりますが、BCS 理論は一種の Hartree-Fock の近似によって、一つのフェルミオンにまわりのフェルミオンが及ぼす相互作用を平均ポテンシャルで表わすものです。(Fig.2)

$$H_{int} = -g_0 \psi^\dagger \psi^\dagger \psi \psi$$

$$-g_0 \langle \psi \psi \rangle = \Delta, \quad -g_0 \langle \psi^\dagger \psi^\dagger \rangle = \Delta^*$$

$$\text{X} \rightarrow \text{O}$$

Gap equation

$$1 = \frac{1}{2} g_0 N \int_{-\Delta}^{\Delta} \frac{ds}{\sqrt{s^2 + \Delta^2}} = g_0 N s b \left(\frac{\Delta}{|a|} \right)$$

$$\text{Collective modes} \sim \psi \psi \pm \psi^\dagger \psi^\dagger \left\{ \pi \right.$$

$$\omega \rightarrow \text{X} + \text{X} \xrightarrow{I(\omega)} \text{X} + \text{X} + \dots$$

$$\sim \text{X} \xrightarrow{I(\omega)} \text{X}$$

$$-g_0 / (1 - g_0 I(\omega^2)) \sim 1 / \frac{dI}{d\omega^2} (\omega^2 = \omega^2)$$

$$g_0 I(\omega^2) = 1, \quad \frac{dI}{d\omega^2} = \frac{1}{G^2} \sim \frac{N}{4\Delta^2}$$

Figure 2

相互作用のハミルトニアンを $H_{int} = -g_0 \psi_{\uparrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow} \psi_{\uparrow}$ とすると、平均ポテンシャルとして定数 $\Delta = -g \langle \psi_{\downarrow} \psi_{\uparrow} \rangle$, $\Delta^* = -g \langle \psi_{\uparrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow}^{\dagger} \rangle$ を仮定する。すなわちスピン上向きと下向きのフェルミオンの間の相関がゼロでないとする。このポテンシャルのためにフェルミオンの運動方程式が変わり、フェルミ表面の近くで上向き(下向き)スピンのフェルミオンと下向き(上向き)スピンの穴が混った状態が固有状態、いわゆる Bogoliubov-Valatin quasiparticle になる。これらの固有状態から作ったスレーター行列について計算した平均ポテンシャルがはじめに仮定したものと同じになるという条件が、gap parameter Δ に関する BCS の gap 方程式です。次に Δ が定数でなく、時間-空間的にすこし変動したとすると、この変動は Cooper 対の励起状態として伝播することが分かりますが、それが π と σ の mode です。さてこれらのボソンの mode は Bogoliubov-Valatin のフェルミオンと湯川型の結合をするばかりではなく、ボソンどうしの間にも相互作用があるが、その中で3体及び4体の相互作用が最も重要で、その強さは、 Δ と湯川結合定数 G だけできまる、すなわちこれらの相互作用だけを考えれば、もとの BCS 機構を忘れてしまって、 Δ と G をパラメーターとする有効ハミルトニアンを書くことができます。(Fig.3) これは Ginzburg-Landau 型のハミルトニアンで、ほかに σ モデル, Gell-Mann-Lévy, Higgs など、時と場合によっていろいろな名前がついています。

この G-L ハミルトニアンは、はじめから π と σ の場の間に対称性があるように作られています。最低のエネルギーの状態では場はゼロではなく $\langle \pi^2 \rangle + \langle \sigma^2 \rangle = v^2 = (\Delta/G)^2$ の円の上にあります。それで任意の一点、例えば $\langle \sigma \rangle = v$, $\langle \pi \rangle = 0$ の点をえらべば、対称性が破れ、そのまわりの σ, π の微小振動が実際の σ, π mode になります。

その次にお話したいのは、こういう事を原子核に応用したらどうなるかということです。BCS 理論の上に、更に新しい物理の概念として、次のようなものを付け足します。BCS 機構はいわゆる spontaneous symmetry breaking の一例ですが、対称性が自発的に破れることは1回だけでなく、何回でも続けて

$$\text{Bubble diagram} \sim \text{Cross diagram} \times G^2 \quad (\text{---} = \sigma, \pi)$$

$$\text{Bubble diagram} \sim \text{Cross diagram} \times G^2 v$$

$$H_{int} = \frac{G^2}{2} (\sigma^2 + \pi^2 - v^2)^2 + G \{ \psi_{\downarrow} \psi_{\uparrow} (\sigma + i\pi) + \psi_{\uparrow}^{\dagger} \psi_{\downarrow}^{\dagger} (\sigma - i\pi) \}$$

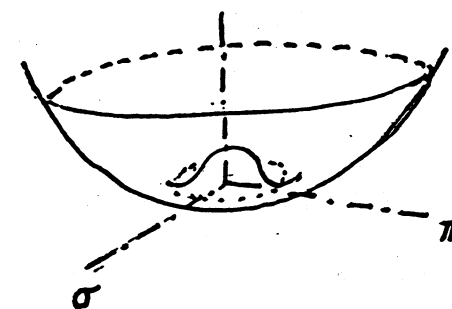


Figure 3

起こる可能性があるということです。この考え自身はもともと、Dimopoulos, Raby, Susskind が素粒子の model を作る時に導入したもので、tumbling という名前をつけました。それを簡単に説明すればということです。はじめに例えばクォークには質量がなかったとします。クォークの間にグルーオンの力が

働いて、その力が強いためにクォークの閉じ込めが起こるばかりではなく左巻きのクォークと右巻きのクォークの Cooper pair ができてカイラル対称性が破れ、クォークの質量が自発的に発生する。つまり最初の spontaneous symmetry breaking です。それから閉じ込めのために、三つのクォークが集まって核子すなわち陽子、中性子を作る。それ以外に、 π とか σ とかいうメソンができる。ここに σ というのは、さっきの話の σ と全然性質が同じで、スピンが 0 でいたい質量がクォークの質量の 2 倍くらい。つまりクォークの質量を 300MeV とすれば σ の質量は 600MeV。実際にこれは二つの π にすぐこわれてしてしまうので非常にはばの広いものですから、はっきりこれが存在するということはわからないのですけれども、 π - π 散乱の断面積がその辺で上がって共鳴のような状態を起こしているのは事実です。

それから先どうなるか、一度こういう spontaneous symmetry breaking が起こると、質量ができるばかりじゃなくて σ メソンができる。それが今度は核子の間に交換されて引力、つまり昔の湯川さんが考えたような核力のもとになる。この σ はアイソスピンも 0、電荷も 0、スピンも 0 ですから、たくさんの核子が集まったときに、その力が全部加わって強くなり、そのために原子核ができる可能性が生ずる。ですから、この考えでは原子核が存在するというそもそもの理由は σ メソンがあるからです。つまり σ メソンが原子核の中で平均場を作って、いわゆる shell model 的な記述を可能にし、またその相対論的效果として大きな spin-orbit coupling が出てくる。そればかりでなく、原子核の中の二つの粒子の間にまだ、平均場以外の引力が効き、そのために核子どうしが pairing を起こす。したがって、ここで第 2 回目の pairing が起こることになる。これがさっき言いました原子核の中での nuclear pairing です。そのエネルギーははじめのエネルギー 100MeV よりもずっと小さい 1MeV 程度です。これを形式化すれば、こういうことは一般的にモデルによって何回もくりかえされる可能性がある。それが tumbling といわれるもので、始めに大統一理論のエネルギー領域から出発して、だんだんと対称性が破れ質量の小さいも

のがつぎつぎにでてくる可能性があるということを指摘したのが Susskind たちでした。

少し脱線しますがけれども、次のような例もあります。原子の間の電磁的な力のために結晶の生成が可能になる。結晶ができるとそれは translational invariance と rotational invariance を破るから、その Goldstone ボソンとして phonon が生まれる。phonon が生まれると、それを媒介として電子が Cooper pair を作り、超伝導を起こす。これは、今の見方では 2 回目の spontaneous symmetry breaking です。

これだけのお膳立てをしまして、原子核の中での BCS 機構をもう少し詳しくお話します。

最初の問題は原子核の中での pairing energy の計算です。

原子核のモデルとしては大きな共通のポテンシャルがあってその中に核子が Fermi level までつまっている簡単なものにとります。(Fig.4)

原子核の密度 ρ から Fermi エネルギーの深さ E_F がわかる。これが $E_F = 30\text{MeV}$ です。また Fermi 表面での状態密度 $N = (100\text{MeV})^2$ もわかる。それから核子を原子核の中から取り出すために必要な ionization energy I が大体 10MeV くらいであることがわかっている。ですからポテンシャルの深さ $D = E_F + I = 40\text{MeV}$ となる。そこで BCS の gap 方程式を

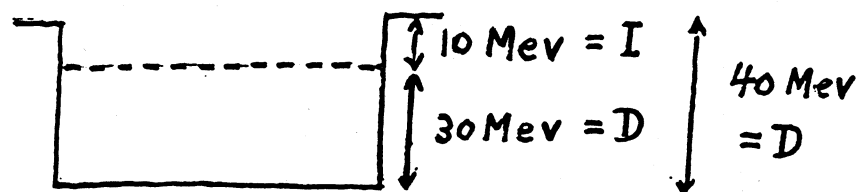
$$1 = VN \sinh^{-1}(\Lambda/\Delta)$$

とおくと、この中のパラメーターは上の量と

$$\Lambda \sim I$$

$$V = D/\rho$$

$$N = \frac{1}{4}N_0 = \frac{1}{4} \frac{d\rho}{dE} = \frac{3}{8} \frac{\rho}{E_F}$$



$$I = NV \sinh^{-1} \left(\frac{I}{\Delta} \right)$$

$$V = D/\rho$$

$$N = 3\rho/8E_F \quad (\sqrt{N} \sim 100 \text{ MeV})$$

$$\rightarrow NV = 1/2$$

$$\Delta \sim 3 \text{ MeV}$$

Figure 4

という関係で結ばれているから、引力の強さ (平均のポテンシャルの強さ) V と状態密度 N の積が $VN = 3D/8E_F = 1/2$ となる。但し引力は陽子どうし、または中性子どうしの間だけに効くことを考慮してあります。これから

$$\Delta = I/\sinh 2 \approx 3 \text{ MeV}$$

となります。実際の pairing energy 2Δ はこれより小さくて 2 MeV くらいですが、とにかく order としては合っている。このような考えで nuclear pairing は BCS 機構として答えが簡単に出ることがわかります。

次は励起状態についてですが、最近私と M. Mukerjee がやったことを紹介いたします。10 数年前に東大の有馬さんとアメリカの Iachello が作られた

IBM (Interacting Boson Model) という理論があります。これはどういう事かというと、重い原子核の中の非常に低い励起状態は回転励起状態のスペクトルを示しますが、それが水素原子の中のバルマー系列の様な構造を持っています。それを説明するためにつくられたものが IBM 理論です。

ここにその例を示します。(Fig.5) これはプラチナ (Pt) の原子核で、左は実験値、右が理論値です。ここでエネルギーのスケールは 1 MeV の程度ですが、非常にきれいな構造が見えます。Arima-Iachello の IBM 理論はそれを見事に記述してくれる。

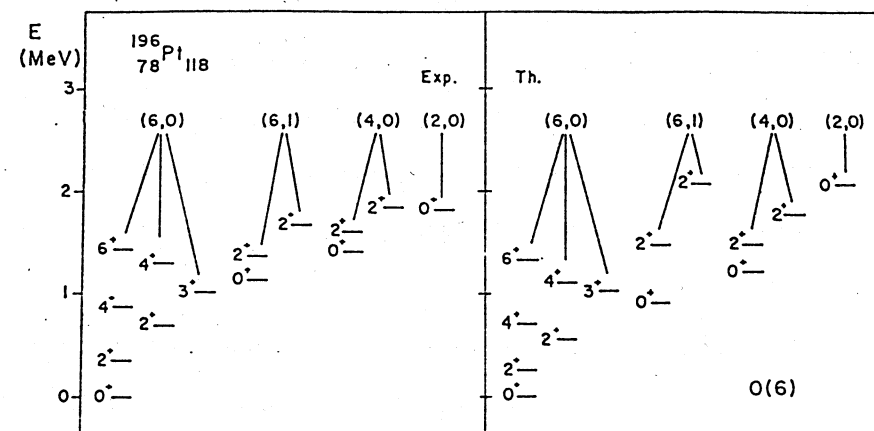


FIG. 8. An example of a spectrum with $O(6)$ symmetry: $^{196}\text{Pt}_{118}$ ($N = 6$). The energy levels in the theoretical spectrum are calculated using (3.7) with $A = 171 \text{ keV}$, $B/6 = 50 \text{ keV}$, $C = 10 \text{ keV}$. The experimental spectrum is taken from Ref. [17].

from A.Arima and F.Iachello Ann.Phys. 123 (79) 468

Figure 5

素粒子論には Gell-Mann-Okubo の公式と言うのがありますが、結局ハドロンの質量に関する現象論的な公式で、群論的な考察にもとづいて、量子数に関する簡単な関数形を仮定したものです。有馬さん達がやられたのもこれに似ています。まず、励起状態の量子としてスピンの 2 のもの (quadrupole) と 0

のものを考える。すると自由度が六つ。第0近似としてそういうものが全部縮退しているとすれば、それは $U(6)$ の対称性になっている。しかし次の近似で対称性がこわれてその部分群の対称性が残り、更に再びそのつぎの低い部分群の対称性へと続き、いろんな chain ができる。実際にどんな chain ができるべきかは、shell model が個々の場合について教えてくれます。Pt の場合には $U(6) \rightarrow O(6) \rightarrow O(5) \rightarrow O(3)$ です。この破れの chain を仮定してこれに相当するそれぞれの Casimir operator に係数をかけてこれらを足し合わせる。この際、これらの係数は実験に合うように定める。ごらんのように見事に合いますけれども、一体それがなにかから出てくるかということとはわからない。そういうものに私が興味を持った理由は、その頃、超対称性とは何かと考え、いろいろな例を探していたときに Arima-Iachello が原子核の中にも超対称性があること—ボソンの励起(偶-偶核)とフェルミオンの励起(偶-奇核)が同じ公式で、同じパラメーターで、表せること—を指摘したことからです。結局私の考えでは Arima-Iachello 理論は BCS 理論を Ginzburg-Landau 理論に書き直したのになっています。

初めにある対称性例えば $O(6)$ を仮定して、Higgs のポテンシャルを作ってやる。スピン0のボソン(Cooper pair)ができるとそれが自発的に破れて、 $O(6)$ から $O(5)$ に変わる。これに伴って π mode や σ mode ができると同時に核子もギャップエネルギーをもちそれらの間に $2:1:0$ の関係が生じます。

1960年代の素粒子論で σ model というものが流行しました。これはボソンとしてメソン π (スピン 0^- , アイソスピン1) と σ (スピン 0^+ , アイソスピン1), フェルミオンとして核子 $N = (p, n)$ 又はクォーク $q = (u, d)$ (アイソスピン $1/2$) をとったもので、いわゆるカイラル対称性 $SU(2)_L \times SU(2)_R$ をもっているが、これが部分群 $SU(2)_{R+L}$ に破れて質量が生れる。但し BCS 理論から出発した場合とちがって、フェルミオン、ボソンの間の湯川定数とボソンどうしの結合定数は独立なものと考えられたのでフェルミオンの質量とボソンの質量との間に関係は出て来なかった。しかし $\langle \sigma \rangle = v$ は π の崩壊 ($\pi \rightarrow \mu + \nu$)

の寿命を決める定数となり、いわゆる Goldberger-Treiman の関係式を説明することができました。さらにこのハミルトニアンに基づく Feynman ダイアグラムから $\pi-\pi$, $\pi-N$ の散乱振幅が導かれました。

原子核の場合でもこれと同じことをやるのですが、原子核は有限体積ですから、散乱によって phase shift だけでなく体積 V に逆比例する energy shift が生ずる。実際に Feynman ダイアグラムを足し合わせると、それ以外の係数として $G^2/v^2 \sim N$, すなわち核子の密度から計算できる量が出ます。しかも散乱のマトリックスをボソンの creation operator と annihilation operator で表せば $O(6)$ と $O(5)$ の Casimir operator の和となり、それぞれの係数も決まります。実際には核子の数が有限なことから、核の体積が Cooper pair の大きさと同程度であることを考慮して補正をしなければならないのですが、結果は大体 IBM の式を再現できます。特に $O(6)$ と $O(5)$ の項の大きさが同程度 ($\sim -1:1$) となることは、 $O(6)$ から $O(5)$ への対称性の破れが自発性があることを裏書きしているように思われます。さらに核子とメソンとの散乱を計算すれば $O(6)$ と $O(5)$ の群に関する spin-orbit coupling のような項がでる。すなわちフェルミオンとボソンを統合した超対称性の表現を思わせる構造が見られるのですが完全な超対称性ではありません。

最後になりましたが、素粒子物理で当面の一番の問題は未発見の top-クォークや Higgs 粒子の質量がどうか、ということであると考えます。最近の LEP の実験で Z^0 の幅が精密に測定され generation の数が3個である事が確立されたという面白いニュースが伝わっています。これからさらに新しいデータがでることが非常に期待されますが、しかし未だに top が見えないのは、top の質量が予想以上に大きいためでしょう。Fermilab のデータによればその質量は W のそれより大きいと考えられている。とにかく問題は、いろんなフェルミオンの質量がまちまちであって、その間にはっきりした規則性がないようにみえること、さらにどうやってその質量を計算できるのか、それに答える確固たる理論は未だに知られていないことです。私としては何とかしてこれらの事を

理解したい。私だけのことでなくて、山脇先生とか、多くの人たちがずっと続けて熱心に研究されていて、その考えは私と近いところにあります。理論屋としては実験屋が発見しないうちに、何とかして top などの質量を計算したいと考えています。幸いにして top の質量は重たそうで、今の実験では当分見つからないであろうから、少しまだ時間的余裕がある。今のうちは息がつけうだから、皆さん大いにやってください。残念ながら確固たる理論は現在のところないのですが、例えば BCS 理論的に考えれば、Higgs ボソンは何かのフェルミオンの pair であり、その collective-mode に対応するものです。この考えに沿うものとして、いわゆるテクニカラーの理論がある。重い technifermion が存在し、これが pair をなして Higgs の場を構成する。第二段階として、この Higgs が普通のフェルミオンと湯川結合をする。そこでフェルミオンが質量をもつ。これがテクニカラーのモデルですが、しかし、湯川定数は任意のパラメータにすぎない。

私は最近 tumbling の理論の変形に着目しました。既に述べましたように tumbling というのは BCS 機構が高いエネルギーから低いエネルギーに向かって何度も繰り返されることですが、これをやめてはじめての BCS 機構と次のものが同じものだったと考えてみる。つまり初めに引力があって Cooper pair ができる。また Higgs ボソンができて、それが新しい引力のもとになる。しかし最初にあった引力と結果として生ずる引力は同じものではないかという可能性を考えてみます。Higgs が自分自身の存在の原因となりえないか、このような考え方は 1960 年代に Chew という人が主張して bootstrap という名を付けたので、私はこの名を踏襲し bootstrap symmetry breaking と呼んでいます。経験的に top が重いということは湯川結合定数が強いということをしめす。とすれば top と Higgs の間の引力が強い。ですから top と Higgs の間に bootstrap が起こる。従って Higgs は top と antitop が pair となって出来たものであることになる。すなわち technifermion を導入しないで我々が知っているフェルミオンだけで閉じた理論となることを予想するわけです。それをどう表現するか

が問題となるわけですが、一番ナイーブな立場では、Higgs の質量が top の質量のおよそ 2 倍になるものと考えられる。もちろん、これは理想的な場合で、実際は radiative correction が加わるはず。最近、山脇さんや Miransky という人が同じような予想をされていますが、この立場では Higgs と top の質量は少なくとも同じ order となるはず。いままで述べた理論ではフェルミオンと Higgs 場だけを扱っていたが、実際には Weinberg-Salam 理論の中にはゲージ場がはいっていて、ゲージ場とフェルミオン、ゲージ場と Higgs の相互作用があるため、それがもちろん強結合の力学に効いてくる。そのため理論が少し複雑にはなるが、それだけまたおもしろみもでてきます。

今、私が考えていることは BCS 理論の中にフェルミオンやボソンの間の簡単な質量比を出すメカニズムの本質は何かということです。それをもう少し数学的に精密化して quasi-supersymmetry と呼んでますが、これはある程度成功してしまっていて、相対論的な quasi-supersymmetry を作ることが出来る。湯川結合、Higgs 結合、gauge 結合の間に関係ができて、質量比が決まる。それがうまくいけば、これまでに知られている W や Z の性質から top や Higgs の質量が预言出来る。ただ、これだけでは本当の問題が解決出来たわけではなく、その他の軽いフェルミオンをどうするかという問題は残る。これについては今のところ手がかりはなく、Kobayashi-Maskawa の mass matrix が何故出来たか未だにわかりません。

しかし皆さんに強調したいのですが、理論屋としてやるべきことはまだたくさん残っており、top や Higgs が未発見のうちに大いに预言して頂きたいと思います。